QUESTÃO 01

Pela regra de soma e produto, sabemos que:
$a + b = -a \qquad (1)$
$a \cdot b = b \qquad (2)$

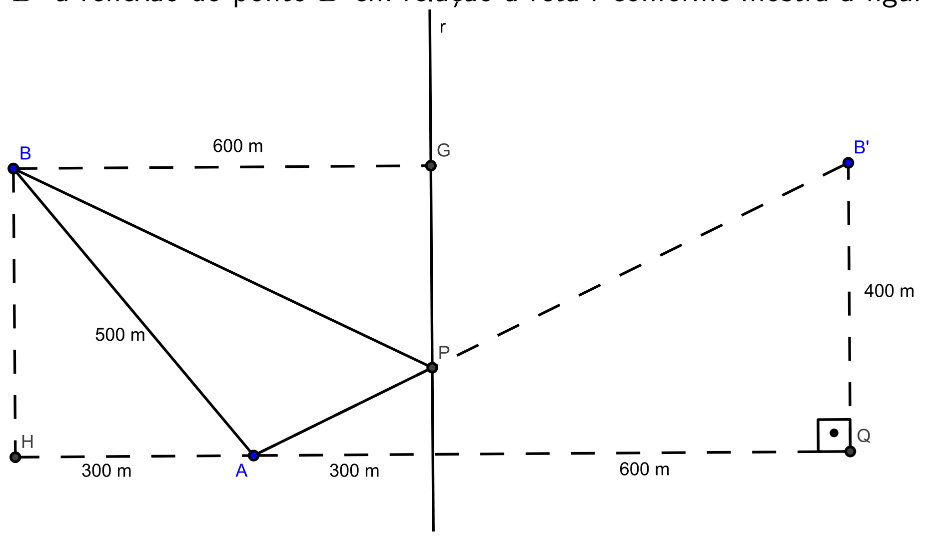
Por (2), temos:
$a \cdot b - b = 0 \Rightarrow b \cdot (a-1) = 0 \Rightarrow b = 0$ ou $a = 1$

Portanto, há duas possibilidades:

- Se $b = 0$, por (1), segue que $a = 0$; ou
- Se $a = 1$, por (1), temos $b = -2$.

QUESTÃO 02

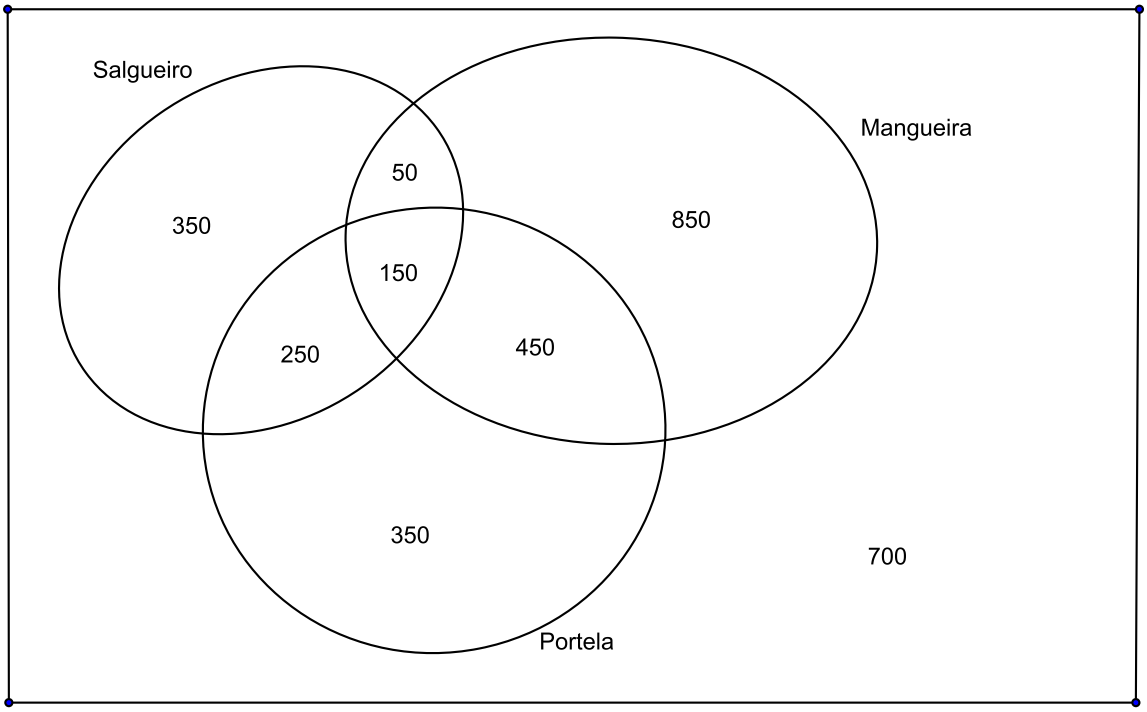
Seja B' a reflexão do ponto B em relação à reta r conforme mostra a figura abaixo.



Podemos verificar que a distância percorrida por Gustavo é $AP + PB = AP + PB'$. Logo, a menor distância ocorrerá quando os pontos A, P e B' forem colineares. Pelos dados do problema, é fácil deduzir que isto é determinado pela hipotenusa do triângulo retângulo AQB' de catetos medindo 900 m e 400 m. Portanto, pelo teorema de Pitágoras, vemos que a menor distância percorrida será $AB' = \sqrt{900^2 + 400^2} = 100\sqrt{97}$m.

QUESTÃO 03

A partir da tabela, podemos construir o seguinte diagrama:



(a) O total de entrevistados será $1500 + 350 + 250 + 350 + 700 = 3150$.

(b) Neste caso, temos $3150 - 800 = 2350$.

QUESTÃO 04

Seja x o número de apostas feitas para o vasco.
O lucro, caso o Flamengo ganhe, será $100x - 100 \cdot 51$.
O lucro, caso o vasco ganhe, será $175 \cdot 51 - 155x$.
Como os lucros devem ser iguais, temos:

$$100x - 100 \cdot 51 = 175 \cdot 51 - 155x$$

$$255x = 51(175 + 100)$$

$$x = \frac{275}{5}$$

$$x = 55$$

QUESTÃO 05

$2800 \div 7 = 400$
Cimento: $400 \times 1 \times 0,56 = 224$
Areia: $400 \times 3 \times 0,03 = 36$
Pedra: $400 \times 3 \times 0,04 = 48$
O total gasto será de R$ 308,00.

QUESTÃO 06

(a) $h = y(0) = 5/2 = 2,5$m

$y(5) = -0,5 \cdot 5^2 + b \cdot 5 + 2,5 = 0$

$-12,5 + 5 \cdot b + 2,5 = 0$

$5 \cdot b = 10$

Logo, $b = 2$.

(b) $h_{max} = y_v = \dfrac{-(2^2 - 4 \cdot (-1/2) \cdot (5/2))}{4 \cdot (-1/2)} = \dfrac{-(4+5)}{-2}$. Logo, $h_{max} = 4,5$ m.

QUESTÃO 07

(a) Sejam y a distância do umbigo até o chão e t a largura do tórax. Podemos dizer que:

$$1,618 = \frac{161,8}{y} = \frac{161,8 - y}{t}$$

Pela primeira relação, vemos que $y = 100$m.

Pela segunda, temos que $\dfrac{61,8}{t} = 1,618$, logo $t \approx 38,2$ m.

(b) Podemos reescrever as relações do item (a), da seguinte forma:

$$\frac{1}{c} = \frac{x}{y} = \frac{x-y}{t}$$

Pela primeira relação, temos que $y = c \cdot x$. Pela segunda, $\dfrac{x - c \cdot x}{t} = \dfrac{1}{c}$. Logo,

$$t = x \cdot (c - c^2)$$

QUESTÃO 08

Os ângulos $F\hat{E}D$ e $E\hat{D}G$ são colaterais internos, logo são suplementares, isto é, $E\hat{D}G$ mede 60^0. Como $AB = AL$, $ED \parallel GH \parallel IJ \parallel KL \parallel AB$ e $EF \parallel DG \parallel HI \parallel JK \parallel LA \parallel BC$, podemos concluir que os triângulos EDG, DGH, GHI, HIJ, IJK, JKL, KLA e ALB são todos equiláteros de lado 3 cm. Além disso, os pontos A, K, I, G, E são colineares, assim como os pontos B, L, J, H, D.

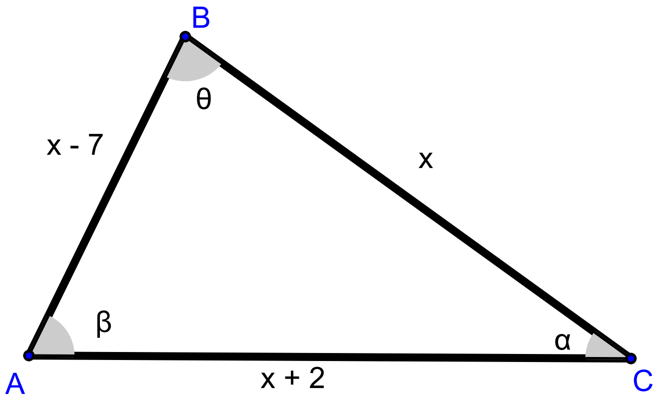
Com isso, vemos que $AE = 12$cm. Como o triângulo AEF é retângulo, pelo teorema de Pitágoras, $FA^2 + 6^2 = 12^2 \Rightarrow FA = \sqrt{108} = 36\sqrt{3}$ cm.

Vemos também que o triângulo BCD é congruente a AFE. Logo, a área do polígono é dada por:

$$2 \cdot \frac{6 \cdot 6\sqrt{3}}{2} + 8 \cdot \frac{3^2 \cdot \sqrt{3}}{4} = 54\sqrt{3}\,\text{cm}$$

QUESTÃO 09

(a) Abaixo está um possível desenho do triângulo ABC:



(b) Podemos concluir que:

$$x^2 + (x-7)^2 > (x+2)^2$$
$$x^2 - 18x + 45 > 0$$

Logo, $x < 3$ ou $x > 15$. Como x é positivo e $AB = x - 7 > 0$, podemos excluir o caso em que $x < 3$.

Portanto, os possíveis valores de x são todos os inteiros tais que $15 < x < 20$, isto é: $x = 16$ ou $x = 17$ ou $x = 18$ ou $x = 19$.

QUESTÃO 10

Seja CH a altura do triângulo ABC relativa ao lado AB. Como a altura do triângulo equilátero coincide com a mediana, temos que $HF = 1/2 + 1 + 1 = 5/2\,\text{cm}$. Também sabemos que a altura do triângulo mede $\dfrac{\sqrt{3}}{2}$. Portanto, como o triângulo CHF é retângulo, podemos aplicar o teorema de Pitágoras:

$$CF^2 = CH^2 + HF^2$$
$$CF^2 = \left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2 + \left(\frac{5}{2}\right)^2$$
$$CF = \frac{\sqrt{28}}{2}$$

Então, $\operatorname{sen}\theta = \dfrac{\sqrt{3}/2}{\sqrt{28}/2} \Rightarrow \operatorname{sen}\theta = \dfrac{\sqrt{21}}{14}$.